

ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11

Đạo hàm
của hàm số
 $y = \sin x$

Đạo hàm
của hàm số
 $y = \cos x$

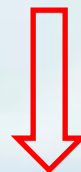
$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$$

Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$

Định lý: Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm tại mọi $x \in \mathbb{R}$ và

$$(\sin x)' = \cos x$$



Hàm hợp:

Nếu $y = \sin u$ với $u = u(x)$ thì:

$$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$$

BT1: Tính đạo hàm của các hàm số

a. $y = \sin 2x$

b. $y = \sin^3 x$

$$(\sin x)' = \cos x \quad (1)$$

$$(\sin u)' = u' \cdot \cos u \quad (2)$$

Giải:

a. $\forall x \in \mathbb{R} : y' = (\sin 2x)' = (2x)' \cos 2x = 2 \cos 2x$

b. $\forall x \in \mathbb{R} : y' = (\sin^3 x)' = [(\sin x)^3]'$

$$(u^3)' = 3u^2 \cdot u'$$

$$= 3 \cdot (\sin x)^2 \cdot (\sin x)'$$

$$= 3 \cdot \sin^2 x \cdot \cos x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$$

Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$

Định lý: Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm tại mọi $x \in \mathbb{R}$ và

$$(\cos x)' = -\sin x$$



Hàm hợp:

Nếu $y = \cos u$ với $u = u(x)$ thì:

$$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$$

BT2: Tính đạo hàm của các hàm số

a. $y = \cos(3x + 1)$

b. $y = 2 \sin x - 4 \cos \frac{x}{2}$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (1)$$

$$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u \quad (2)$$

Giải:

$$\begin{aligned} \text{a. } \forall x \in \mathbb{R} : y' &= [\cos(3x + 1)]' = -(3x + 1)' \sin(3x + 1) \\ &= -3 \sin(3x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \forall x \in \mathbb{R} : y' &= 2 \cos x - 4 \left(\cos \frac{x}{2} \right)' \\ &= 2 \cos x - 4 \left[-\left(\frac{x}{2} \right)' \cdot \sin \frac{x}{2} \right] \\ &= 2 \cos x + 2 \sin \frac{x}{2} \end{aligned}$$

BT3: Tìm đạo hàm của các hàm số sau :

a) $y = \sqrt{1 + 2 \tan x}$

b) $y = \sin \sqrt{1 + x^2}$

❖ **Giải :**

a) $y = \sqrt{1 + 2 \tan x}$
 $\Rightarrow y' = \frac{(1 + 2 \tan x)'}{2\sqrt{1 + 2 \tan x}}$

$$= \frac{2(\tan x)'}{2\sqrt{1 + 2 \tan x}}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{1 + 2 \tan x}}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{1 + 2 \tan x}}$$

b) $y = \sin \sqrt{1 + x^2}$

$$\Rightarrow y' = (\sqrt{1 + x^2})' \cdot \cos \sqrt{1 + x^2}$$

$$= \frac{(1 + x^2)'}{2\sqrt{1 + x^2}} \cdot \cos \sqrt{1 + x^2}$$

$$= \frac{2x}{2\sqrt{1 + x^2}} \cdot \cos \sqrt{1 + x^2}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} \cdot \cos \sqrt{1 + x^2}$$

BT4: Tìm đạo hàm của các hàm số sau : $y = \cos \frac{x}{1+x}$

$$\begin{aligned} \diamond \text{ *Giải* : } \Rightarrow y' &= \left(\frac{x}{1+x} \right)' \left(-\sin \frac{x}{1+x} \right) \\ &= -\sin \frac{x}{1+x} \cdot \left[\frac{(x)'(1+x) - x(1+x)'}{(1+x)^2} \right] \\ &= -\sin \frac{x}{1+x} \cdot \left(\frac{(1+x) - x}{(1+x)^2} \right) \end{aligned}$$

$$= -\sin \frac{x}{1+x} \left(\frac{1}{(1+x)^2} \right)$$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Giải phương trình $f'(x) = 0$ với:

a) $f(x) = 3\cos x - 4\sin x + 5x$

b) $f(x) = \cos x + \sqrt{3}\sin x + 2x - 1$

c) $f(x) = \sin^2 x + 2\cos x$

d) $f(x) = \sin x - \frac{\cos 4x}{4} - \frac{\cos 6x}{6}$

e) $f(x) = 1 - \sin(\pi + x) + 2\cos \frac{3\pi + x}{2}$

f) $f(x) = \sin 3x - \sqrt{3}\cos 3x + 3(\cos x - \sqrt{3}\sin x)$

Bài 2: Giải phương trình $f'(x) = g(x)$ với:

a) $\begin{cases} f(x) = \sin^4 3x \\ g(x) = \sin 6x \end{cases}$

b) $\begin{cases} f(x) = \sin^3 2x \\ g(x) = 4\cos 2x - 5\sin 4x \end{cases}$

c) $\begin{cases} f(x) = 2x^2 \cos^2 \frac{x}{2} \\ g(x) = x - x^2 \sin x \end{cases}$

d) $\begin{cases} f(x) = 4x \cos^2 \frac{x}{2} \\ g(x) = 8\cos \frac{x}{2} - 3 - 2x \sin x \end{cases}$